IOI2013 中国国家队选拔赛

第二试

竞赛时间：2013 年 4 月 10 日 8:00-13:00

题目名称	猴子大战	因式分解	组合子逻辑
目录	monkey	factor	logic
可执行文件名	monkey	factor	logic
输入文件名	标准输入	标准输入	标准输入
输出文件名	标准输出	标准输出	标准输出
每个测试点时限	2 秒	6 秒	1 秒
测试点数目	10	10	10
每个测试点分值	10	10	10
内存限制	256MB	512MB	128MB
是否有部分分	否	否	否
题目类型	传统	传统	传统

提交源程序须加后缀

对于 C++ 语言	monkey.cpp	factor.cpp	logic.cpp
对于 C 语言	monkey.c	factor.c	logic.c
对于 Pascal 语言	monkey.pas	factor.pas	logic.pas

注意：最终测试时，将开启 -O2 优化开关。

猴子大战

【问题描述】

小 Q 和小 M 最近发明了一种卡牌游戏，叫猴子大战。

游戏最初小 Q 和小 M 各会获得一部分猴子牌。每局游戏，他们两个需要分别等概率地从自己的猴子牌中抽取一张进行战斗。获胜的一方将获得双方的猴子牌。如果一方获得了所有的猴子牌，则该方获得整场游戏的胜利。否则游戏将一直进行下去。

在进行了若干场比赛以后，小 Q 和小 M 算出了一张胜率表，为每两张猴子牌之间进行战斗双方获胜的概率。由于每场战斗一定会决出胜负，而且胜率不受先后顺序影响，因此对于任意的两张猴子牌 A 和 B，A 战胜 B 的概率加 B 战胜 A 的概率为 1。

由于自己老是输给小 M，小 Q 开始怀疑自己每次拿到的猴子牌是否能获得胜利。他希望求出自己拿到的每种猴子牌组合的获胜的概率。

由于小 Q 接下来还有在 CD 市体育中心数以万计的运动计划，因此这个问题只能交给你来解决了。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n 和 m，表示猴子牌的总张数和需要求的猴子牌组合的个数。

接下来有 n 行，每行包含 n 个实数，每个实数保留了两位小数。这 n 行中，其中第 i 行第 j 列的数为 $P_{i,j}$，表示第 i 张猴子牌战胜第 j 张猴子牌的概率。保证 $P_{i,j}+P_{j,i}=1$。特别地，$P_{i,i}=0.5$，没有特殊意义。

最后有 m 行。每行包含一个长度为 n 的无空格分隔的 01 串，表示一个猴子牌的组合。其中第 i 个字符如果为 0，表示最初第 i 张牌在小 M 处，否则表示在小 Q 处。

【输出格式】

输出 m 行，每行一个实数，四舍五入保留八位小数，依次表示每个给定的猴子牌组合下小 Q 获胜的概率。

【样例输入】

```
3 4
0.50 0.60 0.40
0.40 0.50 0.70
0.60 0.30 0.50
110
011
```

```
111
000
```

【样例输出】

```
0.71304348
0.66086957
1.00000000
0.00000000
```

【评分方法】

你的答案的每一行如果与我们给定的参考答案的差别均不超过2×10^{-6}，则获得该测试点的得分，否则不得分。

参考答案保证与真实值的差别不超过10^{-8},因此如果你输出的答案保证与真实值差别不超过$2 \times 10^{-6} - 10^{-8}$，才能保证正确。

【数据规模及约定】

对于每组数据，n的取值如下

测试点编号	n	测试点编号	n
1	$n = 2$	6	$n = 20$
2	$n = 5$	7	$n = 40$
3	$n = 7$	8	$n = 60$
4	$n = 8$	9	$n = 80$
5	$n = 10$	10	$n = 100$

对于 100%的数据，保证$1 \le n \le 100$，$1 \le m \le n^2$。$0 \le P_{i,j} \le 1$，$P_{i,j}$ 恰好包含 2 位小数，且 $P_{i,j} + P_{j,i} = 1$。表示猴子牌组合的 01 串长度均为n，且不含其它字符。

$P_{i,j}$ 的生成方式为：在某个环境下，使用某个随机数种子，持续调用某语言生成整数的伪随机函数直到时钟函数达到 1 秒，接下来取连续的若干个随机函数值对 101 取模再除以 100，作为输入数据中的满足 $i < j$ 的 $P_{i,j}$。该生成过程只启动一次，即不会出现看到数据以后重新生成数据的情况。以上操作的目的是希望$P_{i,j}$的每个取值几乎等概率且不受人控制，你可以不必理会这段话。

因式分解

【问题描述】

通过代数基本定理，我们知道若计算重根，一个 n 次的多项式在复数域内**恰好有 *n* 个零点(函数值为 0 的点)**。现给定一个**整系数多项式** F[x]，它的 n 个零点恰好**都是有理数**（即可以写成两个整数相除的形式）；同时，若我们把它所有的**非零零点**（函数自变量不为 0，函数值为 0）去重，则可以得到 r 个**互不相同的非零零点**，其中第 i 个非零零点可以被表示成下式：

$$\mathrm{sgn}_i * \frac{q_i}{p_i}$$

式中 sgn_i 表示第 i 个零点的符号，p_i 和 q_i 为互质的两个正整数。

现在告诉你 F[x]，要求你输出将它因式分解后的形式。

【输入格式】

输入只有一行，包含多项式 F[x]。

多项式一定是如下的形式：

$$a_n x\hat{}n + a_{n-1} x\hat{}n - 1 + \cdots a_1 x + a_0$$

次数一定为从高到低，其中a_i为整数，并且若a_i为 0，则省略该项，若a_i为负数，则省略之前的加号，若 a_i 的绝对值为 1 且 i 不为 0，则不输出 1，并且保证 a_n 不为 0。

详见样例输入。

【输出格式】

输出一行，表示因式分解后的形式，格式如下：

$$a_n(x + u_1/v_1)\hat{}t_1(x + u_2/v_2)\hat{}t_2 \ldots (x + u_s/v_s)\hat{}t_s$$

其中 u，v 互质，且 v 为正整数。

其中u_i/v_i从小到大排列，若 $u_i/v_i = 0$ 则该项为 x^t_i，若 u_i/v_i 为负数，则省略加号，若 v_i 为 1，则省略/v_i。

若 t_i 为 1 则省略^ t_i。

若 a_n 为 ± 1 则将 1 省略。

详见样例输出。

【样例输入 1】

```
8x^7-258x^5+2112x^3-512x
```

【样例输出 1】

```
8(x-4)^2(x-1/2)x(x+1/2)(x+4)^2
```

【样例输入 2】

```
-x^2+2x-1
```

【样例输出 2】

```
-(x-1)^2
```

【数据规模与约定】

测试点编号	多项式最高次数	互异零点数	系数范围(绝对值)
1	2	2	≤ 10
2	4	4	≤ 100
3	7	7	$\le 10^6$
4	10	10	$\le 10^7$
5	12	12	$\le 10^{16}$
6	35	5	$\le 10^{24}$
7	39	5	$\le 10^{68}$
8	46	4	$\le 10^{104}$
9	80	2	$\le 10^{12}$
10	50	1	$\le 10^{316}$

p_i, q_i 满足：

$$\prod_{i=1}^{r} p_i \le 10^6, \prod_{i=1}^{r} q_i \le 10^6$$

组合子逻辑

【问题描述】

组合子逻辑是 Moses Schönfinkel 和 Haskell Curry 发明的一种符号系统，用于消除数理逻辑中对于变量的需要。本题考察一种与真实世界的组合子演算略有差别的组合子系统。

一个**组合子项**是下列形式之一：

P

(E1 E2)

其中 P 表示一个基本函数，E1 以及 E2 表示一个组合子项(可以相同)。不满足以上形式的表达式均非组合子项。

我们将一个组合子项 E 的参数个数 np(E) 如下：

$$\mathrm{np}(\mathrm{P}) = 基本函数\ \mathrm{P}\ 的参数个数；$$

$$\mathrm{np}\big((\mathrm{E1\ E2})\big) = \mathrm{np}(\mathrm{E1}) - 1。$$

本题中，我们用一个正整数同时表示一个基本函数，以及该基本函数的参数个数。

对于一个组合子项 E，如果它和它包含的所有组合子项的参数个数 np 均为正整数，那么我们称这个 E 为**范式**。

我们经常将组合子项简化表示：如果一个组合子项 E 含有连续子序列 $(\ldots((\mathrm{E1\ E2})\ \mathrm{E3})\ \ldots\ \mathrm{En})$（其中$\mathrm{n} \geq 3$），其中 Ek 表示组合子项（可以是简化表示的），那么将该部分替换为 $(\mathrm{E1\ E2\ E3}\ \ldots\ \mathrm{En})$，其他部分不变，得到表达式 E 的一个**简化表示**。一个组合子项可以被简化表示多次。

给定一个基本函数序列，问至少需要添加多少对括号，才能使得该表达式成为一个范式的简化表示（即满足范式的性质）；如果无论怎样添加括号，均不能得到范式的简化表示，输出 -1 。

【输入格式】

第一行包含一个正整数 T ，表示有 T 次询问。

接下来 $2T$ 行。

第 2k 行有一个一个整数 n_k，表示第 k 次询问的序列中基本函数的个数。

第 $2\mathrm{k}+1$ 行有 n_k 个正整数，其中第 i 个整数表示序列中第 i 个基本函数。

【输出格式】

输出 T 行，每行一个整数，表示对应询问的输出结果。

【样例输入】

```
2
5
3 2 1 3 2
```

```
5
1 1 1 1 1
```

【样例输出】

```
3
-1
```

【样例说明】

第一次询问：一个最优方案是(3 (2 1) (3 2))。可以证明不存在添加括号对数更少的方案。

第二次询问：容易证明不存在合法方案。

【数据规模和约定】

令 TN 表示输入中所有 n_k 的和。

测试点编号	规模
1	$\mathrm{T} \le 30, \mathrm{n_k} \le 3$
2	$\mathrm{T} \le 30, \mathrm{n_k} \le 15$
3	$\mathrm{TN} \le 100$
4	$\mathrm{TN} \le 500$
5	$\mathrm{TN} \le 2000$
6	$\mathrm{TN} \le 5000$
7	$\mathrm{TN} \le 5000$
8	$\mathrm{TN} \le 100000$
9	$\mathrm{TN} \le 200000$
10	$\mathrm{TN} \le 200000$