

park 解题报告

杭州外国语学校 陈立杰

Contents

1	题目大意	2
2	数据规模与约定	2
3	30%的做法	2
4	50%的做法	2
5	70%的做法	3
	5.1 DFS序的一个性质	3
	5.2 一个经典的离线做法	3
6	100%的做法	3

1 题目大意

有一棵树有 n 个点，同时有 m 种糖果。第 i 个点上有糖果 C_i 。

每次会出现一个顾客，从 a 点走到 b 点，在每个节点都吃一个上面的糖果。

对于糖果种类 c ，第 i 次吃种类 c 的糖果的喜悦值是 $W_i \cdot V_c$ 。

有 Q 个操作分为两种，一种是某个点的糖果改变了，一种是询问从 a 点到 b 点一路吃过去喜悦值的和。

2 数据规模与约定

编号	n	m	q	其它限制
1	≤ 20	≤ 20	≤ 20	无
2	≤ 2000	≤ 2000	≤ 2000	
3	≤ 10000	≤ 10000	≤ 10000	
4	≤ 80000	≤ 100	≤ 80000	没有修改操作；给出的图构成一条链
5	≤ 90000	≤ 100	≤ 90000	
6	≤ 80000	≤ 80000	≤ 80000	没有修改操作
7	≤ 90000	≤ 90000	≤ 90000	
8	≤ 80000	≤ 80000	≤ 80000	给出的图构成一条链
9	≤ 90000	≤ 90000	≤ 90000	
10	≤ 100000	≤ 100000	≤ 100000	无

3 30%的做法

前3个点的数据规模很小，我们直接使用暴力模拟就能获得30分。

复杂度是 $O(nQ)$

4 50%的做法

考虑4,5两个点，注意到首先这是一条链，其次 $m \leq 200$ ，并且没有修改操作。

由于对于每个颜色，它造成的喜悦值只跟该颜色的个数有关，我们可以预处理出它的部分和。

对每个询问我们直接考虑每个颜色，计算出这个颜色整体的喜悦值。

复杂度是 $O(m(Q + n))$

5 70%的做法

注意到6,7两个点没有修改操作，我们不妨直接计算所有的询问。

注意到如果我们知道了 (a, b) 的答案，并且维护了每个颜色的个数。那么如果我们想要知道 (p, q) 的答案，最多只需要修改 $|a \rightarrow p| + |b \rightarrow q|$ 次。 $(|a \rightarrow b|$ 表示树中 a, b 两点的距离)。

5.1 DFS序的一个性质

我们对树进行DFS，在进入和退出一个点的时候在序列中各加上该点一次。

这样我们就得到了一个 $2n$ 个点的序列，令 i 第一次出现在位置 ord_i 。

考虑两个点 a, b ，假设 $ord_a < ord_b$ ，可以发现从 ord_a 开始序列对应了一个在dfs的时候一直从 a 走到 b 的过程。这个过程自然包含了 $a \rightarrow b$ 路径上的所有边。

因此我们可以发现 $|a \rightarrow b| \leq |ord_a - ord_b|$ 。

5.2 一个经典的离线做法

那么我们直接将 (a, b) 对应到二维点 (ord_a, ord_b) 。

注意到从二维点 p 的答案进行一些改动变成二维点 q 的答案，代价小于等于两者的曼哈顿距离。

我们不妨将点按 $\lfloor \frac{ord_a}{\sqrt{n}} \rfloor$ 分成 \sqrt{n} 块，每块按 ord_b 排序分别处理。

那么可以计算出此时的复杂度是 $O((n + Q)\sqrt{n})$ 。

6 100%的做法

我们现在重新考虑这个问题，我们将询问变成 (a, b, q) 表示在时间 q 询问 (a, b) 的答案。

那么我们同样可以发现，如果我们知道了 (a, b, q) 的答案并且维护了每个颜色的个数，我们可以在 $|a \rightarrow a'| + |b \rightarrow b'| + |q - q'|$ 的时间内算出 (a', b', q') 的答案。

那么我们将点对应成三维点 (ord_a, ord_b, q) ，可以发现跟70%的做法有些类似。

我们继续采取同样的做法，我们将点按 $(\lfloor \frac{ord_a}{n^{\frac{2}{3}}} \rfloor, \lfloor \frac{ord_b}{n^{\frac{2}{3}}} \rfloor)$ 分成 $n^{\frac{2}{3}}$ 组。对每组按照 q 排序，然后分别计算。

此时我们可以发现复杂度就变成了 $O((n + Q)n^{\frac{2}{3}})$ 。能够圆满解决问题。