

方格取数 解题报告

东北师大附中 王康宁

摘要

2013年集训队互测解题报告。

1 题目简述

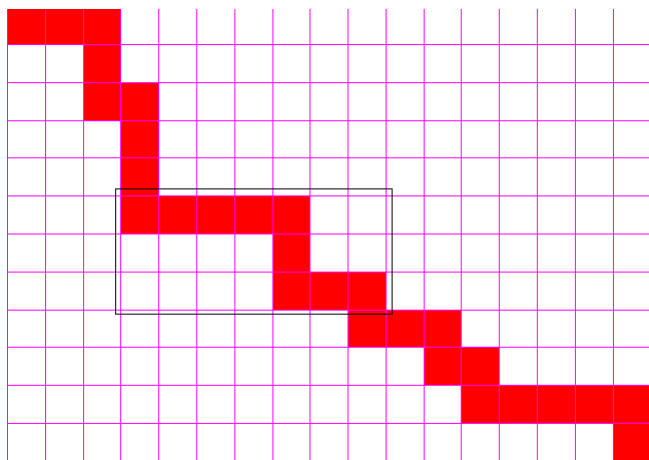
有一个 $N \times N$ 的方阵 ($N \leq 2 * 10^5$), 第 i 行第 j 列的数为 $A_i * B_j$ ($1 \leq A_i, B_j \leq 10^6$), 序列 A 和 B 均为随机生成的。有 T ($T \leq 5 * 10^4$) 次询问, 每次询问从给定的起始位置走到给定的终止位置, 每次只能向下或向右走一步, 经过的数的最小总和。

2 解题思路

序列 A 和 B 均为随机生成的。

经过尝试和观察, 可以发现答案的转折点不会很多。

注意一个转折点, 和它相邻的两个转折点之间的部分。如图:

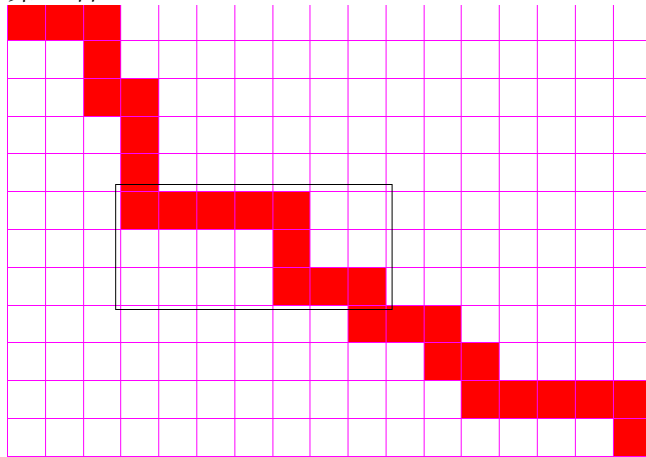


假如这个转折点所在列的权值不小于区域中其左边的某列权值，也不小于区域中其右边的某列权值。下面给出一种不更差的方案。

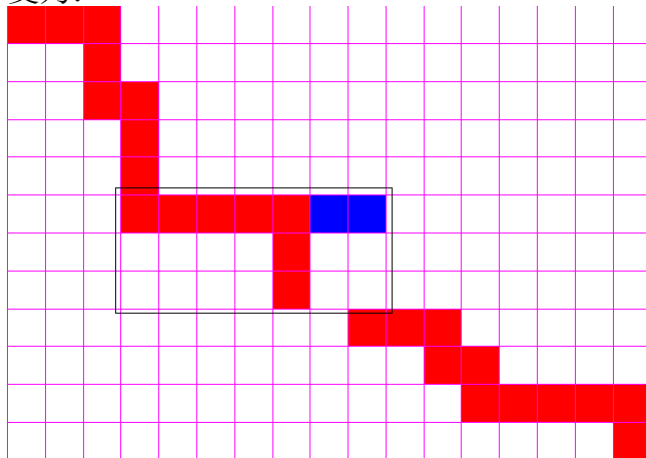
假设图中方框内第五列权值不小于方框最左和最右列的权值。

考虑下列两种变换方案：

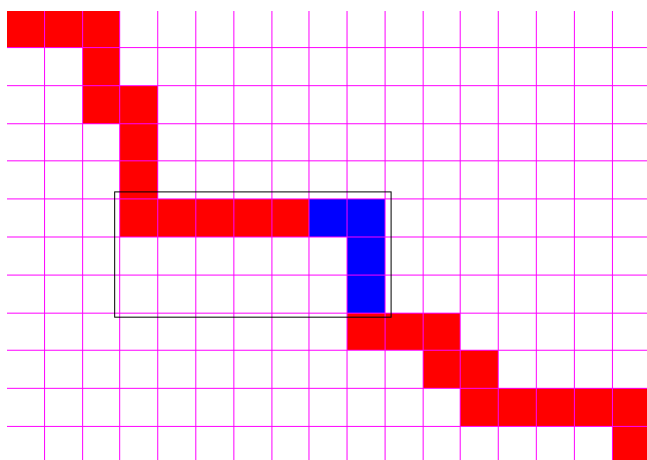
第一种：



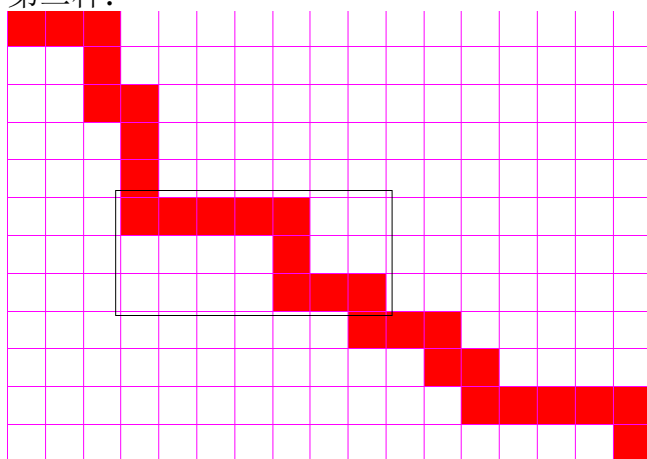
变为：



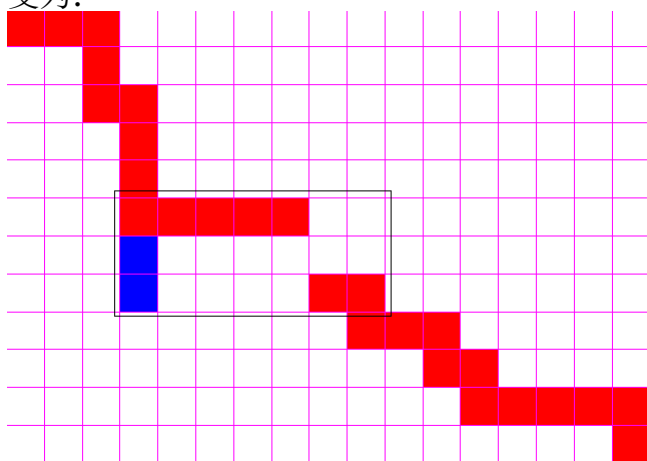
再变为：



第二种:



变为:



再变为:

调队列队尾不小于当前数的部分出队，则这个数之后第一个比它小的数就是当前队尾的数，然后将当前数入队。

然后动态规划求解，此时，只有可能存在转折点的行和列才为有效状态，期望行数和列数都是 $O(\log N)$ ，而期望的乘积等于乘积的期望，所以期望状态数是 $O(\log^2 N)$ 。

记录数组A和B的部分和来加速转移。

预处理只要线性时间，每次询问时间为 $O(\log^2 N)$ 。

时间复杂度（期望）： $O(N + T * \log^2 N)$